Dérivées

eDevoir

6 mars 2011

1 $f_1(x)$

f_1 est la fonction définie sur $[-2; +\infty[$ et dérivable sur $]-2; +\infty]$.
Soit $f_1 : x \longmapsto f_1(x) = u_1(x) + v_1(x)$, avec :

$$\begin{cases} u_1(x) = (x+3)^2 \\ v_1(x) = \sqrt{2+x} \end{cases}$$

On peut alors dire que

$$\forall x \in]-2; +\infty], \begin{cases} u_1'(x) = 2(x+3) \\ v_1'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2+x}} \end{cases}$$

En effet, si on a une fonction f de la forme $\sqrt{u(x)}$, sa dérivée sera

$$f'(x) = \frac{u'(x)}{2.\sqrt{x}}$$

En conclusion ici,

$$\forall x \in]-2; +\infty], f_1'(x) = 2(x+3) + \frac{1}{2\sqrt{2+x}}$$

2 $f_2(x)$

f_2 est la fonction définie sur $[3; +\infty[$ et dérivable sur $]3; +\infty]$.
Soit $f_2 : x \longmapsto f_2(x) = u_2(x) + v_2(x)$, avec :

$$\begin{cases} u_2(x) = \sqrt{x-3} \\ v_2(x) = \sqrt{2x-3} \end{cases}$$

Comme avant, on dérive deux fonctions de la forme $f(x) = \sqrt{u(x)}$, donc :

$$\forall x \in]3; +\infty], \begin{cases} u_2'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-3}} \\ v_2'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x-3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_2'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-3}} \\ v_2'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x-3}} \end{cases}$$

En conclusion ici,

$$\forall x \in]3; +\infty], f_2'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-3}} + \frac{1}{2\sqrt{2x-3}}$$

3 $f_3(x)$

f_3 est la fonction définie sur $[-\frac{1}{3};+\infty[$ et dérivable sur $]-\frac{1}{3};+\infty]$.
Soit $f_3 : x \longmapsto f_3(x) = u_3(x)v_3(x)$, avec :

$$\begin{cases} u_3(x) = & 3x+1 \\ v_3(x) = & \sqrt{3x+1} \end{cases}$$

$$\forall x \in]\frac{-1}{3};+\infty], \begin{cases} u_3'(x) = & 3 \\ v_3'(x) = & \frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \end{cases}$$

Donc ici,

$$\forall x \in]\frac{1}{3};+\infty], f_3'(x) = u_3'(x)v_3(x) + u_3(x)v_3'(x) = 3\sqrt{3x+1} + (3x+1)\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}$$

De plus, comme $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$, on peut simplifier en :

$$f_3'(x) = \frac{9}{2}\sqrt{3x+1}$$

4 $f_4(x)$

f_4 est la fonction définie et dérivable sur $]\frac{1}{2};+\infty[$.
Soit $f_4 : x \longmapsto f_4(x) = \frac{1}{u_4(x)}$, avec :

$$u_4 : x \longmapsto \sqrt{2x+1}$$

$$\forall x \in]\frac{1}{2};+\infty[, u_4'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$$

Donc ici,

$$\forall x \in]\frac{1}{2};+\infty[, f_4'(x) = -\frac{u_4'(x)}{u_4^2(x)} = -\frac{1}{(2x+1)\sqrt{2x+1}} = -\frac{1}{(2x+1)^{\frac{3}{2}}}$$